**Завдання до практичної роботи**

Згенерувати 10000 випадкових чисел трьома вказаними нижче способами. Для кожного побудованого генератора випадкових чисел побудувати гістограму частот, знайти середнє і дисперсію цих випадкових чисел. По виду гістограми частот визначити вид закону розподілу. Відповідність заданому закону розподілу перевірити за допомогою критерію згоди χ2. Зробити висновки щодо запропонованих способів генерування випадкових величин.

**1)** Згенерувати випадкове число по формулі , де ξi  - випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі (0;1). Числа ξi можна створювати за допомогою убудованого в мову програмування генератора випадкових чисел. Перевірити на відповідність експоненційному закону розподілу . Перевірку зробити при різних значеннях λ.

**2)** Згенерувати випадкове число по формулах:

,

де ξi  - випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі (0;1). Числа ξi можна створювати за допомогою убудованого в мову програмування генератора випадкових чисел. Перевірити на відповідність нормальному закону розподілу:

.

Перевірку зробити при різних значеннях *а* і σ.

**3)** Згенерувати випадкове число за формулою , де *a*=513, *с*=231. Перевірити на відповідність рівномірному закону розподілу в інтервалі (0;1). Перевірку зробити при різних значеннях параметрів *а* і *с*.

**Хід роботи**

Комп’ютерний практикум був реалізований універсальною мовою програмування Python. Ця мова є найбільш зручною, бо надає достатню кількість бібліотек для роботи із математичними функціями, графіками та гістограмами. Для виконання математичних операцій використовувалась бібліотека Numpy, а для малювання гістограм частот - бібліотека Matplotlib. Перевірка виконувалась на 20 діапазонах для значень, оскільки це значення є одним із оптимальних.

Крім того, було вирішено використовувати Jupyter Notebook, сумісний із цією мовою програмування, що дозволяє нам створювати і відображати код, результати обчислень і графіки в одному інтерактивному середовищі.

Практично отримані закони розподілу порівнюються з наступними:

|  |  |
| --- | --- |
| Графічне представлення щільності закону розподілу | Формульне представлення щільності закону розподілу |
| **Рівномірний**  *х*  *a*  *b*  *f(х)* |  |
| **Експоненціальний (показниковий)**  *х*  *λ*  *f(х)* |  |
| **Нормальний (Гауса)**    *х*  *f(х)*  *μ*  *σ* |  |

Було обчислено та визначено мінімальне та максимальне значення випадкових чисел. Визначено шаг за формулою .

Для перевірки відповідності деякому закону використовувався критерій згоди χ2 [Гмурман]:

,

де *ni* – спостережувана кількість влучень в *і*-ий інтервал, *npiT* - очікувана за теоретичним законом розподілу кількість влучень в *і*-ий інтервал.

З формули видно, що основною ідеєю критерію χ2 є вимірювання розбіжності між спостережуваною та очікуваною за теоретичним законом розподілу кількістю влучень в *і*-ий інтервал:

**

*nі*

*npiT*

*ni*

*х*

*(ni-npiT)*

*f(x)*

Розраховане значення χ2 порівнюється з табличним значенням критерію χ2*кр*, яке взяте при рівні значимості α=0,05 та кількості степенів свободи, рівній кількості інтервалів у гістограмі частот *k* мінус 1 мінус кількість параметрів закону розподілу. Якщо χ2<χ2*кр*, то з довірчою ймовірністю 0,95 можна стверджувати, що знайдений закон розподілу відповідає спостережуваним значенням випадкової величини ζ. Інакше потрібно змінити параметри розподілу або припустити інший закон розподілу.

Було реалізовано об’єднання інтервалів при кількості значень менше 5. Кількість досліджуваних чисел дорівнює 10000, тому немає необхідності у використанні критерію Колмогорова-Смірнова.

**Приклад роботи:**

Згенерувати випадкове число за формулою , де ξi  - випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі (0;1). Числа ξi можна створювати за допомогою вбудованого в мову програмування генератора випадкових чисел. Перевірити на відповідність експоненційному закону розподілу . Перевірку зробити при різних значеннях λ.

Було обрано значення λ 0.5, 1.0 та 2.0.

Тест №1:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

За згенерованою гістограмою частот видно, що дійсно розподіл схожий на експоненційний, що підтверждує теоретичний вигляд гістограми частот для експоненційного розподілу як на цій гістограмі, так і в теоретичених відомостях. Також підтвердженням є критерій Пірсона, оскільки 18.9 менше ніж 28.9.

Тест №2:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, Шрифт

Автоматически созданное описание

Тест №3:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

Як бачимо, інші тести також відповідають експоненційному розподілу.

Згенерувати випадкове число по формулах:

,

де ξi  - випадкове число, рівномірно розподілене в інтервалі (0;1). Числа ξi можна створювати за допомогою убудованого в мову програмування генератора випадкових чисел. Перевірити на відповідність нормальному закону розподілу:

.

Перевірку зробити при різних значеннях *а* і σ.

Було обрано значення *а* рівним 0, 1 та 2 і σ рівним 0.5, 1 та 1.5.

Тест №1:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

Тест №2:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

Тест №3:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, диаграмма, График

Автоматически созданное описание

Як бачимо, інші тести також відповідають нормальному розподілу

Згенерувати випадкове число за формулою , де *a*=513, *с*=231. Перевірити на відповідність рівномірному закону розподілу в інтервалі (0;1). Перевірку зробити при різних значеннях параметрів *а* і *с*.

Було обрано *a*=513, *с*=231 ; *a*=57, *с*=215 ; *a*=512, *с*=210 ;

Тест №1:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, линия, График

Автоматически созданное описание

Тест №2:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, Прямоугольник

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, График, линия

Автоматически созданное описание

Тест №3:

Изображение выглядит как текст, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Изображение выглядит как текст, снимок экрана, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

Як бачимо, інші тести також відповідають рівномірному розподілу